

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN (Chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút, không tính thời gian phát đề
(Đề thi có 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm). ✓

a. So sánh biểu thức $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x+2}}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x+2}}{3-\sqrt{x}}\right)$ với $-\frac{5}{2}$.

b. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{4x^{2024}(x+1) - 2x^{2023} + 2x + 1}{2x^2 + 3x}$ tại $x = \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{3}-2} - \frac{3}{2\sqrt{3}+2}}$.

Câu 2 (2,0 điểm). ✓

a. Giải phương trình: $3x - 1 + \frac{x-1}{4x} = \sqrt{3x+1}$

b. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + xy = 8 \\ \frac{1}{x^2 + 2x} + \frac{1}{y^2 + 2y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm).

✓ a. Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn phương trình $y^2 - 5y + 62 = (y-2)x^2 + (y^2 - 6y + 8)x$.

b. Cho đa thức $P(x)$ với các hệ số nguyên thỏa mãn $P(2021).P(2022) = 2023$. Chứng minh rằng đa thức $P(x) - 2024$ không có nghiệm nguyên.

Câu 4 (3,0 điểm). ✓

1. Cho đường tròn (O) và dây cung AB không đi qua tâm O . Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB ; D là một điểm thay đổi trên cung lớn AB (D khác A và B); DM cắt AB tại C .

a. Chứng minh rằng $MB.BD = MD.BC$;

b. Chứng minh rằng MB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và khi điểm D thay đổi thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD nằm trên một đường thẳng cố định.

2. Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = \sqrt{2}$. Gọi R_1, R_2 lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và ABD . Chứng minh rằng $R_1 + R_2 \geq 2$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + 4b^2 + c = 6ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $P = \frac{a}{2b+c} + \frac{2b}{a+c} + \frac{a^3 + 8b^3}{16c}$.